

空气阻尼对微谐振器品质因子及其传输函数的影响

章 彬, 刘清, 黄庆安
(东南大学微电子中心, 江苏南京 210096)

摘 要: 振动方向平行于衬底的梳状微谐振器的品质因子在高真空中可以高达 10^5 以上. 常压下, 受空气阻尼影响, 品质因子跌落到 10^2 左右甚至更小. 为了设计时能对谐振器的品质因子有一个较为精确的估计, 本文首先利用纳维尔-斯托克斯近似方法和库特近似方法对常压下的横向振动谐振器的阻尼功耗进行了估算. 同时谐振器作为电路元件, 阻尼等效于电路中的电阻, 直接影响器件的传输函数, 因此本文又建立了该种谐振器的集总参数网络, 研究了阻尼对传输函数影响. 其结果对横向振动微谐振器的设计有一定意义.

关键词: 微机械谐振器; 品质因子; 功耗; 粘滞阻尼

中图分类号: TN4, TN713, O357 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112(2002)06-0827-04

Influence of Slide Films Damping on Quality Factor and Transfer Function of Laterally-Driven Comb Microresonator

ZHANG Bin, LIU Qing-quan, HUANG Qing-an
(Microelectronics Center, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

Abstract: The quality factor (Q) of 10^5 for laterally driven comb shape micro resonator can be achieved in vacuum chamber. But, Q could fall off to even much lower than 10^2 when the micro resonator is exposed in atmosphere. For the sake of getting accurate evaluation of Q for the micro resonator, the Couette type model and Stocks type model were used to estimate the slide film damping energy dissipation of micro resonator. The results reveal that the average discrepancies have been reduced to below 7%. And in electronics, the damping of micro resonator is equivalent to resistance of circuit, which would influence the electrical transfer function directly. So, a lumped parameter electrical equivalent circuit is developed. The influence of slide damping on transfer function is then studied. The result is helpful to design micro resonator to some extent.

Key words: micro mechanical resonators; quality factor; energy dissipation; viscous damping

1 引言

梳状微谐振器的结构尺寸、材料、制作方法和后处理工艺以及驱动电压、外围电路等对器件性能的影响已被深入的研究^[1~7]. 但绝大部分研究结果都是在真空条件下监测得到的, 没受空气阻尼影响. 这是因为影响谐振器品质因子的诸因素中, 如材料应力、支撑梁的功能损耗、寄生效应等, 空气阻尼的效果最为显著. 为对空气阻尼有较为精确的估算方法, 以便在设计初期就能作出调整来降低其影响. Tang^[1,8] 和 Cho 等人^[9] 在假定空气是不可压缩气体的前提下, 分别建立了气体粘滞阻尼功耗模型, Q 值的计算结果比实测值小 20%. 为了进一步提高精度, 我们在考虑了边缘阻尼的影响后使估算误差小于 7%^[10]. 又在谐振器设计时普遍采用 LCR 的等效电路进行分析, 所以本文建立了一个含有粘滞阻尼的集总参数电路模型, 并对其传输函数进行了研究. 其结果对谐振器的设计有参考价值.

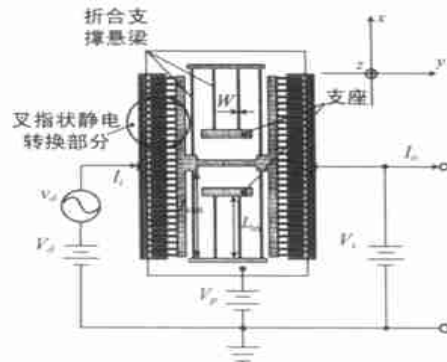


图1 横向振动的叉指谐振器^[1]

(V_d , V_s 是输入输出电极上的直流偏压; V_a 是信号电压; I_i , I_o 是输入输出电流; V_s 是加在谐振器及其底部衬底发直流偏压)

2 空气阻尼模型

针对研究的气体粘滞阻尼和谐振器结构, 首先对系统作如下假设: (1) 谐振器尺寸远大于常压下的空气分子自由程, 空气相对于微谐振器是连续的, 因此认为在常压下空气是各向同性, 并且静态时, 变形率为零; (2) 因为梳状谐振器平行于振动方向的侧面表面积远大于垂直于振动方向的端面面积, 所以空气阻尼功耗仅考虑与谐振器振动方向平行的侧面边界层所造成的粘滞阻尼功耗, 这里同时认可了空气是不可压缩的粘滞性气体; (3) 对谐振器来说, 它的尺寸很小, 这样虽然在振动时表征速率较大, 但是雷诺数仍旧很小. 根据以上三点假设, 气体连续方程采用纳维尔-斯托克斯方程.

本文模型是将空气粘滞阻尼对谐振器各侧面的作用分别考虑, 因此在计算过程中始终是解一维连续方程:

$$\frac{\partial u(z, t)}{\partial t} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} \quad (1)$$

式中 μ 是粘性系数, ρ 是空气密度, z 是能量从振动体表面向无限远处传播的方向. 鉴于一定条件下, 用纳维尔-斯托克斯近似方法得到的功耗与采用库特近似方法得到的功耗差别很小, 所以决定在某些区域采用库特近似方法.

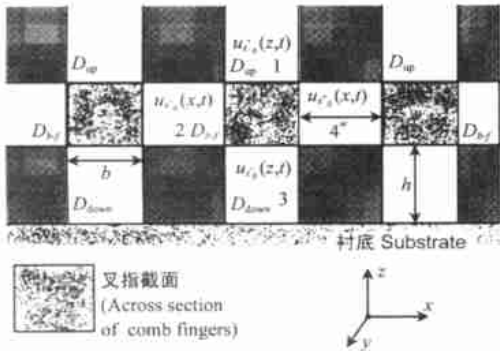


图2 静电转换部分的截面图 (b 是叉指宽度, w 是叉指间距, h 是结构和衬底的距离)

本模型仅考虑了与振动方向平行的谐振器侧面所接触的边界层造成的阻尼功耗. 对垂直于侧面正上方的边界层, 采用了无限大振动平板边界层的气体连续方程, 没有考虑接近谐振器棱边部分的变化. 边缘效应是考虑图2所示阴影区域的空气粘滞阻尼对谐振器的影响. 本模型中认为这一区域空气的运动是受与其相交边界层的牵引而产生的, 即受图2中的1、2、3、4区的空气牵引, 认为它对这些区域的空气产生阻尼, 间接的对系统产生了能量损耗. 根据这些考虑得到功耗为^[10]:

$$D_{\text{edge}} = 4N \left[\frac{1}{2} + \frac{\beta h}{3} + \frac{\beta w}{3} + \frac{w}{3h} \right] \frac{u_0^2 \pi \omega L}{\omega} \quad (2)$$

公式中 β 是透入深度系数, ω 是振动角频率, w 是叉指间的距离, h 是衬底与谐振器之间的距离, L 是叉指的长度, N 是谐振器一个端口的叉指数目, $u_0 = u(0, t)$. 这样, 谐振器的功耗可由下式表达:

$$D_{\text{system}} = D_{\text{up}} + D_{\text{down}} + D_{\text{if}} D_{\text{edge}} \quad (3)$$

其中 D_{up} 是谐振器上部边界层的功耗, D_{down} 是下部边界层的

功耗, D_{if} 是叉指间的阻尼功耗, D_{edge} 是边缘效应产生的功耗. 谐振器的品质因子可以表示为:

$$Q = \frac{2\pi KE_{\text{max}}}{D_{\text{system}}} \quad (4)$$

其中 KE_{max} 是系统的总储能, 可以表示为:

$$KE_{\text{max}} = \frac{1}{2} [\omega Y(j\omega)_{\text{max}}]^2 m_{\text{eq}} \quad (5)$$

$Y(j\omega)_{\text{max}}$ 是质量块在该频率下的最大位移, m_{eq} 是谐振器的等效质量.

模型理论计算结果与实验测得的结果较为相符, 如图3所示. 图中, Q_{down} 是仅考虑下边界层阻尼的值, Q_p 是兼考虑了上边界层阻尼的值, Q_y 是兼考虑了叉指间阻尼的影响, Q 是综合考虑谐振器边界层阻尼的值. 根据测算, 实测值和估算值平均误差小于7%. 对表面微机械加工技术制作的梳状谐振器的设计工作有一定参考意义. 为了设计和模拟工作, 下面从集总参数等效回路来介绍粘滞阻尼的应用.

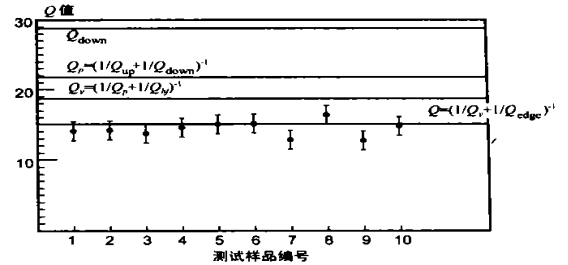


图3 品质因数的测量值与考虑边缘效应后 Q 估算值 (Q_{down} 是仅考虑下表面阻尼的值, Q_p 是考虑了上下表面阻尼的值, Q_y 是考虑了上下表面及叉指间阻尼的值, Q 是同时考虑上下表面、叉指间空气粘滞阻尼和边缘效应的值)

3 谐振器的集总参数等效回路

根据谐振器的工作情况, 可以将其转换成很简单的振动系统, 在真空条件下振动方程可以写为^[11]:

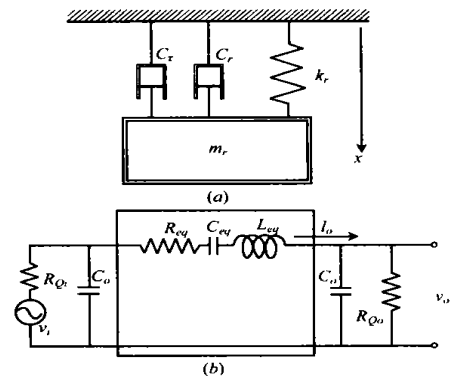


图4 谐振器的机械等效回路和电学等效回路 (a) 并入空气阻尼后的机械等效回路; (b) 谐振器的等效电路模型, 灰色方框内为四端网络

$$m_e \ddot{y} + c_{eq} \dot{y} + k_{eq} y = f_d \quad (6)$$

式中 m_{eq} , c_{eq} , k_{eq} 分别表示系统中的等效弹性质量, 等效阻尼以及弹性系数, f_d 是信号电压造成的 x 方向的驱动力, 当输

入信号的频率等于谐振器的固有频率时, f_d 与信号反相同频:

$$f_d = -V_p \frac{\partial C_i}{\partial y} |v_i| \cos \omega t \quad (7)$$

式中 V_p 是谐振器输入端直流偏压, $|v_i| \cos \omega t$ 是信号电压, C_i 是此叉指部分的电容. 当谐振器暴露在空气中振动时, 就相当于在原系统中又并入一个阻尼器 $c\tau$, 如图 4(a) 所示. 用能量守恒可以求出一个等效粘滞阻尼 $c\tau$. 因为 $c\tau \gg c_{eq}$, 故近似认为系统的阻尼力是 $c\dot{y}(t)$, 则在一个周期中, 系统阻尼造成的功耗是:

$$D_{loss} = c\omega \int_0^T |y| \sin \omega t d(|y| \cos \omega t) \quad (8)$$

因为 D_{loss} 的性质可以知道其等效于式(3)中的 D_{system} , 于是得知 $c\tau$:

$$c\tau = \frac{D_{system}}{\pi \omega |y(t)|^2} = \mu \left[\beta A_{up} + \frac{A_{down} + A_{up}}{d} + 4N \left(\frac{1}{2} + \frac{\beta h}{3} + \frac{\beta w}{3} + \frac{w}{3h} \right) L \right] \quad (9)$$

由上式知道 $c\tau$ 是结构尺寸和振动频率的函数, 与电压的大小无关. 在设计初, 一旦确立需要的固有频率后, 就可以根据式(3)来改变谐振器的几何尺寸, 以使 $c\tau$ 在谐振状态时尽可能地减小, 以降低系统的耗能. 根据机械电子耦合关系得到图 4(a) 示等效机械回路中各个量所对应的电路集总参数^[12]:

$$\begin{aligned} C_{eq} &= \frac{\eta_c^2}{k_{eq}}; & R_{eq} &= \frac{c_{eq} + c\tau}{\eta_c^2}; \\ L_{eq} &= \frac{m_{eq}}{\eta_c^2}; & \eta_c &= V_p \frac{\partial C}{\partial x}; \end{aligned} \quad (10)$$

在上式中假设输入和输出端的直流偏压相同, 都等于 V_p . 这样此 LCR 就构成了一个简单的谐振器四端网络, 再加上静态时叉指间的电容 C_o , 可由图 4(b) 表示. 分析这个网络得知四端网络混合参数的 h_{22} :

$$h_{22} = \frac{1}{R_{eq} + j\omega L_{eq} + \frac{1}{j\omega C_{eq}}} \quad (11)$$

上式同时又是四端网络的电流传输函数. 将式(10)中的机电耦合关系代入式(11), 就可以得到谐振器电流传输方程的另一种表达式:

$$G(j\omega) = j\omega V_p^2 \frac{k_r^{-1} \left(\frac{\partial C}{\partial Y} \right)^2}{1 - \left[\frac{\omega}{\omega_0} \right]^2 + j \frac{c_r + c\tau}{\omega_0 m_r} \frac{\omega}{\omega_0}} \quad (12)$$

式中 ω_0 是谐振器的固有频率. 因为 $c\tau \gg c_{eq}$, 于是忽略 c_{eq} . 当信号频率等于谐振器的固有频率时, 有:

$$h_{22} \Big|_{\omega_0} = \frac{1}{R_{eq}} = V_p^2 \frac{(\partial C / \partial Y)^2}{c\tau} \quad (13)$$

从式(13)可以看出, 增大固定电极与谐振器之间的直流偏压, 可以明显地改善网络的传输特性, 即在相同的驱动信号电压下获得更大的输出电流. 另外分子项中的尺寸是以平方项出现, 而分母中的尺寸只是一次项. 所以如果工艺条件一定, 通过改变谐振器的厚度和叉指的数目可以改善 $h_{22}|_{\omega_0}$. 从图 5 频谱分析可以看出结构厚度加大, h_{22} 变大. 这是由于虽然厚度增加导致阻尼面积加大, 但同时使机电耦合系数也加大了.

分析式(10)可以知道厚度加大, 使得电阻和电感减小, 电容增加, 这样就使式(11)中分母项变小. 于是在固有频率下, h_{22} 会随着厚度的增加而变大. 图 6 所示是以叉指数为变量的 h_{22} 频谱图. 设结构厚度为 $2\mu\text{m}$. 从图中可以看出, 叉指数目增多, 将导致 h_{22} 增大, 这是因为叉指增多必然会使表面积加大, 这是由于阻尼功耗使等效回路中的电阻增大. 但是由式(13)见叉指数目在分子中以平方项出现, 不仅抵消了增大的阻尼, 而且使电阻降低. 另外叉指的变化与谐振器的固有频率有关, 因为叉指数目直接影响电感的变化. 由图 5、图 6 也可以明显地看出, 此谐振器有很好的频率选择性. 这也说明由谐振器耦合成的机械滤波器会具有很高选择特性. 从图 7 可以看出厚度与叉指数目对 $h_{22}|_{\omega_0}$ 影响效果的大小. 通过以上分析得知结构变化对机电耦合系数的影响远大于对尺寸的影响. 在减小空气阻尼的前提下增加耦合系数可以减小电感、电阻, 在设计滤波器时同样可以起到减小改善通带锯齿所需要电阻的作用. 说明体加工的三维结构更有助于改善器件的特性.

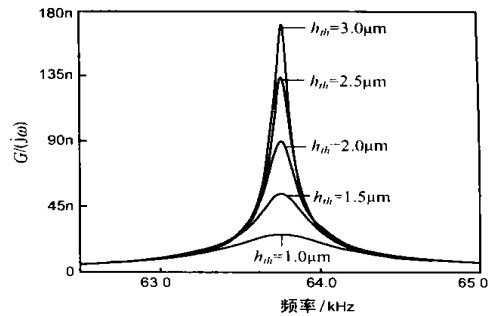


图 5 谐振器结构厚度的变化与谐振器电流转移函数 h_{22} 的关系, 谐振器一个端口的叉指数目 N 是 20, h_{th} 是谐振器的厚度

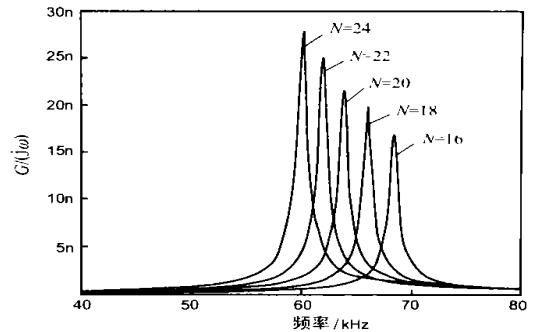


图 6 谐振器叉指数目变化与谐振器电流转移函数 h_{22} 的关系, 其中 N 是谐振器一个端口的叉指数目, 谐振器厚度取 $2\mu\text{m}$

4 讨论

虽然本文考虑了边缘效应, 提高了 Q 值的估算精度, 但与实测 Q 值还有一定差异, 这可能是由于以下几点原因: 首先, 假设了空气为不可压缩的气体, 没有考虑振动体周围的空气压力梯度变化, 这个变化主要是指垂直于振动方向端面的空气阻尼系数是变量. 另外实际的压力梯度还会在振动时的尾端边界层造成湍流. 此假设导致本模型估算的品质因子偏

小。其次,本模型的一维方程中的解均是满足无限大平板表面边界层的空气运动形式,没有考虑在靠近器件棱边部分的边界层,其透入深度 β 会减小。本模型中的这个假设同样使估算值偏小。再次,制作对器件的尺寸有一定影响,一般在 $2\mu\text{m}$ 的工艺线上加工后,有 $0.3\sim 0.4\mu\text{m}$ 的过腐蚀,在作面积估计时有一定偏差,另外两个 90° 角夹面之间也未必是一条棱,而是一个倒角圆柱面。最后,本模型假设谐振器表面是光滑的,没有计入谐振器表面粗糙程度对空气边界层内流层的影响。

LCR 电路模型可以很真实地反映谐振器的电学特性。本模型考虑了空气阻尼带来的影响,确立了 R_{eq} , 可以根据 R_{eq} 来确定滤波器的可以达到的带宽,并且可以帮助确定修整通带波形的负载电阻,以减小通带的波动。本文的集总参数网络模型为设计高性能的高阶微机械滤波器有一定帮助。

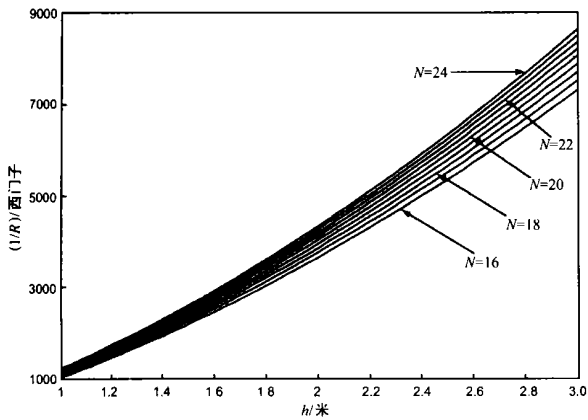


图 7 谐振器厚度和叉指数目的变化导致谐振器电流传输函数 $|h_{22}|_{\omega_0}$ 的变化趋势的模拟图

5 结论

本文研究了谐振器边缘效应和叉指非交迭部分的空气阻尼。从计算结果来看,误差很小。把阻尼的作用引入到电学的集总参数等效回路,并对谐振器的传输函数进行了研究。文章所提出的品质因子估算模型和集总参数模型对表面加工的谐振器设计工作有一定参考价值。

参考文献:

- [1] W C Tang, T-C H Nguyen, R T Howe. Laterally driven polysilicon resonant microstructures [J]. Sens Actuators, 1989, 20: 25- 32.
- [2] R T Howe. Applications of silicon micromachining to resonators fabrication [A]. 1994 IEEE Int Frequency Control Symp [C]. 1994. 2- 7.
- [3] H Gudel, J J Sniegowski, T R Christerson, F Raissi. The application of fine grained, tensile polysilicon to mechanically [J]. Sens Actuators, 1989, 20: 25- 32.
- [4] K Wang, A-C Wong, W-T Hsu, T-C H Nguyen. Frequency trimming and Q-factor enhancement of micro mechanical resonators via localized filament annealing [A]. 1997 Int Conf Solid-State Sensors and Actuators [C]. Chicago: 1997. 109- 112.

- [5] W-T Hsu, T-C H Nguyen. Geometric stress compensation for enhanced thermal stability in micromechanical resonators [A]. Proc IEEE Int Ultrasonic Symp [C]. 1998, 1: 945- 948.
- [6] T-C H Nguyen, R T Howe. An integrated CMOS micromechanical resonator high Q oscillators [J]. IEEE J Solid State Circuits, 1999, 34 (4): 440- 455.
- [7] T-C H Nguyen, R T Howe. Quality factor control for micromechanical resonators [A]. IEEE Int Electron Devices Conf [C]. San Francisco: 1992. 505- 508.
- [8] W C Tang, T-C H Nguyen, M W Judy, R T Howe. Electrostatic comb driven of lateral polysilicon resonator [J]. Sens. Actuators, 1990, 21- 23: 328- 331.
- [9] Y-H Cho, B M Kwak, A P Pisano, R T Howe. Slide film damping in laterally driven microstructures [J]. Sens Actuators, 1994, 31- 39: 31- 39.
- [10] 章彬, 黄庆安. 边缘阻尼对横向振动微谐振器品质因子的影响 [J]. 半导体学报, 22(6): 741- 745.
- [11] 倪振华. 振动力学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1989.
- [12] R A Johnson. Mechanical Filters in Electronics [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1983.

作者简介:



章彬 男, 1972 年 11 月生于宁夏银川, 分别于 1996 年和 1999 年获得东南大学学士和硕士学位, 目前在东南大学电子工程系攻读博士学位, 主要研究方向是通信领域的微电子机械系统及实现其单片集成。



刘清 男, 1979 年 10 月生于江苏省, 1999 年获东南大学学士学位, 目前在东南大学电子工程系攻读硕士学位, 主要研究方向是用微机械方法实现 A/D 转换装置及其应用。

黄庆安 男, 1963 年 1 月生于河南洛阳, 1983 年合肥工业大学获学士学位, 1987 年西安电子科技大学获硕士学位, 1991 年东南大学获博士学位, 1983- 1985 年在原电子工业部 33 研究所工作, 1996- 1997 年在香港科技大学作访问学者, 现为东南大学教授、博士生导师、电子工程系副主任, 主要从事微电子技术教学、MEMS 研究工作, 已出版专著 1 部《硅微机械加工技术》(科学出版社, 1996), 发表论文被 SCI/EI 收录 50 余篇, 获中国发明专利 2 项, 现担任 IEEE Senior Member, 《J. Appl. Phys.》和《Appl. Phys. Lett.》等期刊审稿人, 《电子器件》副主编。